NGHIÊN CỨU CHUYỀN ĐỘNG CỦA CÁC CÂU KIỆN CỨNG CÓ CÂU TRÚC DẠNG KHỐI HỘP STUDYING MOVEMENT OF RIGID BODIES IN THE FORM OF RECTANGULAR-BOX-SHAPE

Trần Thị Thanh Huyền¹, Nguyễn Tiến Cường^{2*}, Dương Thị Thanh Hương¹, Nguyễn Tuấn Anh¹, Nguyễn Văn Thắng¹

¹Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam ²*Trường Đại học Phenikaa; cuong.nguyentien@phenikaa-uni.edu.vn

Tóm tắt - Các kết cấu dạng khối hộp chữ nhật được sử dụng nhiều trong các công trình xây dựng do tính tiện dụng và dễ chế tạo. Để nghiên cứu dự đoán sự phá hủy của các công trình được xây dựng từ các kết cấu dạng này thì cần phải có những nghiên cứu về sự tương tác của các kết cấu này trong quá trình chuyển động. Trong bài báo này nhóm tác giả nghiên cứu sự tương tác của các kết cấu hình hộp chữ nhật trong quá trình chuyển động do tác dụng của trọng lực. Các khối hộp chữ nhật bằng nhôm đã được nhóm nghiêm cứu sử dụng để thực hiện các thí nghiệm. Kết quả thí nghiệm động vụng để thực hiện các thí nghiệm. Kết quả thí nghiệm động hình tính toán số sử dụng phương pháp không lưới loại hạt SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) cũng được nghiên cứu phát triển để tính toán mô phỏng cho bài toán này. Kết quả tính toán số đã phản ánh khá chính xác các đặc trưng chuyển động tương tác của các khối hộp thu được từ thí nghiệm.

Từ khóa - Phương pháp SPH; cấu trúc dạng khối; mô phỏng số; chuyển động của vật cứng

1. Đặt vấn đề

Các cấu kiện dạng khối hộp chữ nhật hiện diện trong nhiều lĩnh vực từ công nghiệp, nông nghiệp (các thùng đựng sản phẩm ,...) cho đến vận tải (các contener, thùng hàng) và đặc biệt được sử dụng nhiều trong lĩnh vực xây dựng. Ngày nay nhiều hệ thống tường, tường chắn chống sạt lở, đê, đập, ... có cấu tạo ở dạng ghép nối các cấu kiện dạng khối chữ nhật. Chính vì vậy, việc nghiên cứu sự phá hủy của các hệ thống tường chắn này hay sự tương tác của các cấu kiện dạng khối chữ nhật trong chuyển động phá hủy của các kết cấu này (thường do tác động của trọng lực) là rất cần thiết.

Để mô phỏng sự phá hủy của các công trình kể trên thì cần phải sử dụng các thí nghiệm hoặc một số mô hình tính toán số cho phép tính toán các biến dạng lớn. Các nghiên cứu bằng thí nghiêm về sự tương tác giữa các khối hộp chữ nhật trong quá trình chuyển động còn rất hạn chế, trong khi đó một số phần mềm tính toán số cho phép tính toán mô phỏng bài toán này nhưng còn nhiều hạn chế. Phương pháp phần tử hữu han (FEM) [1] có thể được ứng dụng để nghiên cứu các đặc trưng đó nhưng còn hạn chế do sử dụng lưới cố định. Nếu coi bài toán là biến dạng lớn thì sẽ không mô phỏng được sự chuyển động của các khối hộp mà chỉ dự báo hướng di chuyển, nguy cơ mất ổn định. Còn nếu mô hình hóa dạng các khối thì việc mô phỏng chuyển động tịnh tiến khá dễ dàng nhưng khó khăn trong chuyển động quay. Điều này có thể thấy trong một số phần mềm thương mại tính toán địa kỹ thuật phổ hiển như Plaxis, Geoslope, ... Chính vì khó khăn của các phương pháp sử dụng lưới truyền thống nên phương pháp không lưới, đặc biệt là **Abstract** - The structures of rectangular-box-shape are widely used in building construction due to its convenience and usefulness. The retaining wall systems preventing landslide have this form. We also see some shapes like those used in big projects, like the gravity concrete dams. To research and predict the failure of these buildings constructed of the rectangular-box-shape structures, the contact between them should be considered. In this paper, we focus on the interaction of rectangular-box-shape rigid bodies in movement progress caused by gravity. The aluminum rectangular blocks are used to conduct a series of experiments. The experiment results show the movement behaviors of rigid bodies in some cases. Also, we have developed the numerical approach SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) to simulate these scenarios. The numerical results have accurately reflected agreement with experiment in contact movement behaviors of rectangular-box-shape rigid bodies.

Key words - SPH method; rectangular-box-shape; numerical simulation; movemment of rigid body

phương pháp không lưới loại hạt đã được đề xuất sử dụng. Phương pháp khá phổ biến trong địa kỹ thuật đó là phương pháp phần tử rời rạc (DEM) [2, 3]. Phương pháp này cũng đã được sử dụng nhiều trong các phân mêm mã nguồn mở. Tuy nhiên, phương pháp này lại khó lựa chọn tham số đối với mô phỏng tương tác. Phương pháp phân tích biến dạng rời rạc (DDA) [4] được ứng dụng trong phân tích, mô phỏng quá trình tương tác, trượt tách giữa các khối với nhau. Điều này cho phép việc nghiên cứu xác thực hơn với điều kiện làm việc trong môi trường vật liệu rời rạc như đá. Các phương pháp không lưới như phương pháp phần tử Galerkin (EFG) [5], phương pháp điểm vật liệu (MPM) [6, 7], phương pháp hạt trong ô (PIC) [8]... cũng được ứng dụng trong mô phỏng biến dạng lớn của khối. Tuy nhiên, các phương pháp này đòi hỏi thời gian tính toán lâu và việc mô hình hóa bài toán khá phức tạp. Phương pháp không lưới loại hạt SPH được đề xuất bởi Gingold và Monaghan [9] phù hợp để mô phỏng các biến dạng lớn và đặc trưng phá hủy của vật liệu [10-15], hay các kết câu có câu tạo dạng khối như trong hệ thống tường chắn. Chính vì vậy trong nghiên cứu này ngoài việc sử dụng các thí nghiệm vật lý thì nhóm tác giả lựa chọn phương pháp SPH để xây dựng mô hình tính toán số.

2. Mô hình tính toán số

2.1. Phương pháp SPH

SPH là phương pháp không lưới loại hạt được Gingold và Monaghan [9] đề xuất lần đầu vào năm 1977. Phương pháp này đã được giới thiệu chi tiết trong các công bố trước đây của nhóm nghiên cứu [16,17,18,19]. Phương trình xấp xỉ theo SPH cho một hàm $A(r_a)$ được xác bởi vị trí r_a của một hạt *a* nào đó và xấp xỉ cho đạo hàm của hàm đó được viết như sau:

$$A(r_a) = \sum_{b=1}^{N} m_b \frac{A_b}{\rho_b} W_{ab}$$
(1)

$$\nabla A(r_a) = \sum_{b=1}^{N} m_b \frac{A_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab}$$
(2)

Trong đó, *b* là chỉ hạt tường tác với hạt *a*, ρ là mật độ riêng của hạt, *m* là khối lượng của hạt còn W là hàm kernel của phương pháp SPH [17].

2.2. Mô hình hóa chuyển động của khối rắn

Để mô phỏng chuyển động của các khối, trong tính toán này bao gồm 3 khối nhôm riêng biệt. Mỗi khối được coi như một vật thể rắn và có các bậc tự do (trong không gian 2D). Chuyển động của khối bao gồm chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay quanh tâm của khối.

Phương trình chuyển động của khối được biểu diễn như sau:

$$M\frac{dV}{dt} = F \tag{3}$$

Trong đó, M là khối lượng của vật rắn, V là vec tơ vận tốc vật rắn, F là tổng vec tơ lực tác dụng lên vật.

Phương trình quay quanh tâm của khối:

$$I\frac{d\mathbf{\Omega}}{dt} = T \tag{4}$$

Trong đó, I là mô-men quán tinh, Ω là vận tốc góc, T là tổng mô-men của các lực tác động lên vật rắn đối với tâm của khối.

Trong quá trình tính toán, khối cứng được mô hình hóa thành các hạt biên cách đều nhau quanh biên. Véc tơ lực tác dụng lên mỗi hạt biên *i* nằm trên khối chuyển động, ký hiệu là f_i . Phương trình (3), (4) có thể được viết lại như sau:

$$M\frac{dV}{dt} = \sum_{i} f_i \tag{5}$$

$$I\frac{d\mathbf{\Omega}}{dt} = \sum_{i} (\mathbf{r}_{i} - \mathbf{R}) \times f_{i}$$
(6)

Trong đó, r_i và R lần lượt là tọa độ véc tơ của hạt biên và của tâm của khối. Các hạt biên chính là một phần của khối rắn do đó sự thay đổi vị trí của các hạt biên có thể xác định thông qua chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay quanh tâm của khối như sau:

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{V} + \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}) \tag{7}$$

Lực tác dụng f_i của hạt biên *i* trên khối cứng là lực sinh ra do nó tương tác với các hạt biên của các khối khác. Cách xác định thành phần lực này được trình bày ở Mục 2, 3.

2.3. Mô hinh hóa tương tác giữa các khối

Lực tương tác của hạt biên (Hình 1) giữa các khối được xác định dựa trên mô hình hóa dạng lò xo - giảm chấn. Mô hình hóa này tương tự như phương pháp được sử dụng trong phương pháp phần tử rời rạc (DEM) [3]. Mối liên hệ giữa lực và chuyển vị theo phương xuyên tâm được xác định theo lý thuyết Hertz [20]. Với phương tiếp tuyến sử dụng giải pháp đàn hồi không trượt được đề xuất bởi Mindlin [21]. Theo đó lực tương tác theo hướng xuyên tâm của hai hạt có thể xác định theo công thức (8):

$$f_{a \to i}^{n} = \begin{cases} -K_{ai}\delta_{n} - c_{n}v_{ak}^{n} & h_{ai} > 2d_{ai} \\ 0 & h_{ai} \le 2d_{ai} \end{cases}$$
(8)

Trong đó, K_{ai} là độ cứng xuyên tâm, δ_n là khoảng cách giữa hai điểm hạt theo hướng tiếp tuyến, c_n là hệ số cản xuyên tâm, v^n là véc tơ vận tốc xuyên tâm giữa hạt a và hạt i, h_a và h_i lần lượt là khoảng cách ban đầu (khoảng cách chia mịn trong SPH) giữa các hạt nền và hạt biên , d_{ai} là khoảng cách giữa hai hạt. Công thức xác định hệ số độ cứng, khoảng cách theo hướng tiếp tuyến và hệ số cản đã được giới thiệu trong tài liệu [16] bởi Cường và các cộng sự.



Hình 1. Mô hình tương tác giữa hai khối

Lực tương tác theo phương pháp tuyến được xác định theo công thức (9) và phải thỏa mãn định luật ma sát Coulomb [16].

$$f_{a \to i}^{s} = \begin{cases} -k_{ai}\delta_{s} - c_{s}v_{ai}^{s} & h_{ai} > 2d_{ai} \\ 0 & h_{ai} \le 2d_{ai} \end{cases}$$
(9)

Trong đó, k_{ai} là độ cứng trượt, δ_s là khoảng cách tương đối của hai hạt theo hướng trượt, c_s là hệ số cản xuyên tâm, v^s là véc tơ vận tốc trượt tương đối giữa hạt *a* và *i*. Các tham số này được xác định theo [16].

2.4. Mô hình hóa tương tác giữa khối và sàn

Các khối chuyển động có vận tốc v_o trước khi va chạm với nền cứng (mặt phẳng nằm ngang) và sau đó bật lại với vận tốc v_x . Tại thời điểm khối va chạm với nền cứng thì sự tiêu tán năng lượng xảy ra và khối sẽ bật lại tới vị trí thấp hơn chiều cao ban đầu. Kết quả phân tích chuyển động rơi và quả trình phục hồi của khối được tính theo công thức sau:

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$
 và $h = \frac{(\sqrt{2}gh_o e^p - gt)^2}{2g}$ (10)

Trong đó, h là chiều cao của khối tại thời điểm t, g là gia tốc trọng trường, p là số lần va chạm và e là hệ số hồi phục được tính như sau:

$$e = \frac{v_x}{v_o}$$
 hoặc $e = \sqrt{\frac{h_x}{h_o}}$ (11)

Sau va chạm, chiều cao tối đa mà khối có thể đạt được và khoảng thời gian cho mỗi tương tác sẽ là:

$$h_p = h_o e^{2p}$$
 và $t_p = 2e^p \sqrt{\frac{2h_o}{g}}$ (12))

Hệ số ma sát giữa khối và sàn được xét đến trong chuyển động trượt của khối trên mặt sàn. Chuyển động trượt này được giải quyết theo định luật II Newton cho chuyển động tịnh tiến theo phương ngang (so với mặt sàn). Lực tác dụng lên vật để kìm hãm chuyển động ngang chính là lực ma sát $F = \mu N$. Trong đó, μ là hệ số ma sát giữa khối và nền, N là áp lực khi tiếp xúc theo phương của trọng lực. Vận tốc V của vật thể có khối lượng M khi trượt trên mặt phẳng nằm ngang giảm so với vận tốc ban đầu V_o của khối trong khoảng thời gian t được tính theo công thức sau:

$$V = V_o - \frac{\mu N}{M}t \tag{13}$$

3. Thực hiện thí nghiệm

3.1. Mô hình và vật liệu

Để nghiên cứu sự tương tác giữa các khối và chuyển động của các khối dưới tác dụng của trọng lực, mô hình thí nghiệm được nhóm thiết lập như Hình 2.

Thí nghiệm sử dụng ba khối hình hộp giống nhau được làm từ nhôm. Các khối lần lượt được đánh số là 1, 2 và 3. Khối nhôm có chiều rộng là 32 mm, chiều cao là 25 mm và chiều dài (sâu) 50 mm. Các tính chất của khối hộp chữ nhật được thể hiện trong Bảng 1. Tại thời điểm ban đầu ba khối được xếp chồng lên nhau như Hình 2. Một tấm phẳng có gắn hai thanh chống (điều chỉnh được độ dài) được sử dụng để cố định các khối này từ phía trên.



Hình 2. Mô hình thí nghiệm

Thí nghiệm được thực hiện bằng cách loại bỏ các thanh chống (di chuyển tấm phẳng có gắn hai thanh chống lên phía trên) để các khối chuyển động tự do dưới tác dụng của trọng lực. Trong quá trình thí nghiệm sảy ra hai sự tương tác chính gồm tương tác giữa các khối nhôm với nhau và tương tác giữa khối nhôm và mặt sàn được làm bằng nhôm có phủ lớp sơn. Hệ số ma sát giữa các khối nhôm và mặt sàn này đã được đo bằng thực nghiệm và xác định được là k = 0,38 (tương ứng với góc đo được $\alpha = 21^{\circ}$)

Bảng 1. Tính chất vật liệu của các khối

Tên thông số	Giá trị	Đơn vị
Trọng lượng riêng (ρ)	26,7	kN/m ³
Mô đun Young (E)	69	GPa
Hệ số Poisson (v)	0,3	
Hệ số ma sát giữa các khối (μ_{bb})	0,31	
Hệ số ma sát giữa khối và sàn (μ_{bw})	0,4	

3.2. Thí nghiệm 1

Trong thí nghiệm này, các khối được đặt với vị trí như sau: $\Delta x = 16,00 \text{ (mm)}, \Delta l = 0 \text{ (mm)}.$ Các khối sau khi thực hiện thí nghiệm có vị trí như Hình 3. Có thể quan sát thấy, khối 1 có vị trí không đổi nên góc quay $\phi_1 \approx 0^0$, Khối 2 có $\phi_2 \approx 90^0$, Khối 3 có $\phi_3 \approx 180^0$ (Hình 4).



Hình 3. Vị trí và góc quay của các khối sau khi thực hiện thí nghiệm 1



Hình 4. Kết quả thí nghiệm $\Delta x = 15,64 \text{ (mm)}, \Delta l = 0 \text{ (mm)}$

Để tăng độ chính xác của kết quả thí nghiệm. mỗi phương án thí nghiệm được nhóm tác giả thực hiện 6 lần và ghi lại các kết quả gồm: Vị trí gần nhất (cạnh trái) và vị trí xa nhất (cạnh phải) của mỗi khối sau khi kết thúc chuyển động so với mép tường trái. Kết quả được tổng hợp lại trong Bảng 2. Do mô hình tính toán số được thiết lập là hai chiều, nên để có thể sử dụng kết quả thí nghiệm kiểm chứng mô hình số thì cần phải đối chiếu về hệ 2D. Chính vì vậy việc xác định vị trí cạnh trái và vị trí cạnh phải của các khối sẽ là cơ sở để kiểm định mô hình số (kết quả tính toán số nằm trong phạm vi của kết quả thí nghiệm).

Bảng 2. Vị trí dịch chuyển của các khối trong thí nghiệm 1 (đơn vị: mm)

Lần thí	nghiệm	1	2	3	4	5	6	ТВ
Cạnh trái	Khối 1	0	0	0	0	0	0	0
	Khối 2	45,2	51,97	53,08	41,16	39,17	32,79	43,9
	Khối 3	94,96	94,89	98,55	81,36	99,95	82,08	91,97
Cạnh phải	Khối 1	32	32	32	32	32	32	32
	Khối 2	77,58	83,72	82,83	78,98	75,84	71,51	78,41
	Khối 3	140,89	145,81	131,92	135,56	136,11	122,14	135,42

3.3. Thí nghiệm 2

Trong phương án thí nghiệm này, vị trí đặt các khối được thay đổi, cụ thể là $\Delta x = 10 \text{ (mm)}$ và giữ nguyên $\Delta l = 0 \text{ (mm)}$.

Thí nghiệm 2 này cũng được lặp lại 6 lần. Kết quả ghi nhận vị trí gần nhất (cạnh trái) và vị trí xa nhất (cạnh phải)

Bảng 3. Vị trí dịch chuyển của các khối trong thí nghiệm 2 (đơn vị: mm)

Lần thí	nghiệm	1	2	3	4	5	6	ТВ
Cạnh trái	Khối 1	0	0	0	0	0	0	0
	Khối 2	48,22	50,00	46,91	47,29	48,27	53,39	49,01
	Khối 3	114,32	114,07	111,03	104,93	116,32	106,21	111,15
Cạnh phải	Khối 1	32	32	32	32	32	32	32
	Khối 2	95,15	103,14	98,49	99,15	99,18	103,67	99,8
	Khối 3	151,40	158,02	146,75	152,16	147,08	153,62	151,51



Hình 5. Vị trí và góc quay của các khối sau khi thực hiện thí nghiệm 2



Hình 6. Kết quả thí nghiệm $\Delta x = 10 \ (mm), \ \Delta l = 0 \ (mm)$ **3.4. Thí nghiệm 3**

Thí nghiêm 3 chỉ khác thí nghiệm 1 ở khoảng cách ban đầu giữa Khối 1 với tường cứng bên trái (Δ I). Cụ thể, các thông số là $\Delta x = 16,00$ (mm), Δ I = 50 mm.



Hình 7. Vị trí và góc quay của các khối sau khi thực hiện thí nghiệm 3

Kết quả thí nghiệm 3 (Hình 7) cho thấy, các các khối chuyển động giống với thí nghiệm 1. Cụ thể là góc quay của các khối lần lượt là: $\phi_1 \approx 0^0$, $\phi_2 \approx 90^0$, $\phi_3 \approx 180^0$ (Hình 8). Vị trí của các khối sau chuyển động được liệt kê trong Bảng 4.

Bảng 4. Vị trí của các khối trong thí nghiệm 3 (đơn vị: mm)

Lần thí nghiệm		1	2	3	4	5	6	ТВ
Cạnh trái	Khối 1	50	50	50	50	50	50	50
	Khối 2	92,48	98,86	98,91	99,06	104,42	97,62	98,56
	Khối 3	166,18	161,03	161,01	163,27	168,03	163,42	163,82
Cạnh phải	Khối 1	82	82	82	82	82	82	82
	Khối 2	142,67	138,44	145,87	143,14	130,01	142,28	140,4
	Khối 3	197,43	197,85	199,42	208,11	197,28	202,14	200,37



Hình 8. Kết quả thí nghiệm $\Delta x = 15,64 \text{ (mm)}, \Delta l = 50 \text{ (mm)}$

4. Kết quả và thảo luận

Chương trình tính toán được viết bằng ngôn ngữ Fortran 90 và tính toán mô phỏng lại trường hợp của thí nghiệm 2 đã được trình bày tại Mục 3.3. Hệ số ma sát giữa các khối với nhau đã được xác định bằng thực nghiệm k_{bb} =0,31, còn hệ số ma sát giữa các block với sàn là k_{bw} = 0,38. Từ kết quả thí nghiệm ở Bảng 3 có thể tính được vị trí trung bình (tâm) của các khối như trong Bảng 5. Việc xác định vị trí tâm của các khối (bằng trung bình cộng của cạnh trái và cạnh phải) trong mỗi thí nghiệm để giúp so sanh với kết quả tính toán 2D. Nếu kết quả tính toán gần với kết quả thí nghiệm và nằm trong phạm vi của các lần thì nghiệm thì kết quả đó được đánh giá là phù hợp với kết quả thực nghiệm.

Bảng 5. Vị trí tâm của các khối sau va chạm $\Delta x = 10 \ (mm)$

Số lần thí nghiệm	Lần 1	Lần 2	Lần 3	Lần 4	Lần 5	Lần 6	ТВ
Khối 1	16	16	16	16	16	16	16
Khối 2	71,69	76,57	72,70	73,22	73,73	78,53	74,41
Khối 3	132,86	136,05	128,89	128,55	131,70	129,92	131,33

Trong thí nghiệm này, sau khi quá trình chuyển động kết thúc thì Khối 1 giữ nguyên vị trí ban đầu với khoảng cách từ tường trái tới tâm là 16 mm. Khối 2 quay một góc 90° cùng chiều kim đồng hồ và có vị trí trung bình (TB) của tâm khối sau sáu lần đo so với tường trái là 74,41 mm. Còn Khối 3 cũng quay một góc 90° cùng chiều kim đồng hộ nhưng vị trí trung bình của tâm khối nằm xa hơn tại 131,33 mm tình từ tường trái của thí nghiệm.

Quan sát kết quả mô phỏng số cho thấy, các Khối 2 và 3 quay vòng theo chiều kim đồng hồ một gốc gần 90° và rơi xuống sàn (Hình 9). Khi tiếp xúc với sàn các khối này bị nảy ngược lên sau đó lại rơi xuống sàn. Sau đó khối 2 chuyển động trượt ngang trên mặt sàn còn Khối 3 tiếp tục nảy lên thêm một lần nữa trước khi chuyển động trượt ngang trên sàn cứng theo chiều ra xa Khối 1. Như vậy, góc quay của các khối là giống nhau giữa kết quả tính toán và kết quả thực nghiệm.

Kết quả tính toán cho thấy, cả hai khối vị trí tâm của Khối 2 là 76,05 (mm) như Hình 9e trong khi kết quả trung bình thu được từ thí nghiệm là 74,41 (mm). Kết quả tính toán nằm trong phạm vi của 6 lần thực nghiệm ở Bảng 5 (nhỏ nhất là 71,69 mm và lớn nhất là 78,53 mm). Trong khi đó tâm của Khối 3 có vị trí theo tính toán là 130 (mm) còn theo kết quả trung bình thu được từ thí nghiệm là 131,33 (mm). Kết quả tính toán cũng nằm trong phạm vi của các kết quả thí nghiệm trong Bảng 5 (nhỏ nhất là 128,55 mm và lớn nhất là 136,05mm).

Như vậy có thể thấy, kết quả tính toán số của mô hình được xây dựng đã mô phỏng khá chính xác trạng thái của các khối so với thí nghiệm. Về góc quay của các khối là hoàn toàn chính xác, còn về vị trí dừng của các khối có sự sai khác nhỏ so vơi giá trị trung bình của các lần thí nghiệm và nằm trong phạm vi của các kết quả thí nghiệm.



Hình 9. Kết quả tính toán mô phỏng chuyển động của các khối theo kịch bản Thí nghiệm 2

5. Kết luận

Bài báo đã nghiên cứu chi tiết về đặc trưng chuyển động và tương tác giữa các cấu kiện cứng dạng khối hộp chữ nhật trong quá trình chuyển động bằng các thí nghiệm vật lý. Các kết quả thí nghiệm này là dữ liệu hữu ích cho các nghiên cứu khác, đặc biệt là đối với việc kiểm định các mô hình tính toán số.

Chương trình tính toán số sử dụng phương pháp không lưới loại hạt SPH đã được viết bằng ngôn ngữ Fortran 90 cho phép tính toán mô phỏng khá chính xác các đặc trưng chuyển động của các khối hộp chữ nhật 2D bao gồm đồng thời cả chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay của các khối cứng. Đây là công cụ hỗ trợ cho nghiên cứu sự ổn định của các công trình có kết cấu hợp thành bởi các cấu kiện có dạng khối cứng như các hệ thống tường chắn, đê, đập, kè chống sạt lở, ... **Lời cảm ơn:** Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển Khoa học và Công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 107.03-2017.12

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- A. Johansson, B. Kehlet, M. G. Larsonc, and A. Loggd, "Multimesh finite element methods: Solving PDEs on multiple intersecting meshes", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* (2018).
- [2] C. Liu, Q. Sun, G. and G. D. Zhou, "Coupling of material point method and discrete element method for granular flows impacting simulations", *Int J Numer Methods Eng.*, 2018, pp.1–17.
- [3] P. A. Cundall and O. D. L. Struck, "A discrete numerical model for granular assemblies", *Géotechnique*, Vol.29, 1979, pp.47-65.
- [4] G. H. Shi, Discontinuous deformation analysis: a new numerical model for the static and dynamics of block systems Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley, 1988.
- [5] T. Belytschko, Y. Y. Lu, and L. Gu, "Elementfree Galerkin methods", Int. J. Numer. Meth. Eng., Vol.37, 1994, pp.229–256.
- [6] D. Sulsky, Z. Chen, and H. L. Schreyer, "A particle method for history-dependent materials", *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol.118, 1994, pp.179-196.
- [7] S. Bandara, K. Soga, "Coupling of soil deformation and pore fluid flow using material point method", *Comput Geotech*, 2015, Vol.63, pp.199-214.
- [8] F. H. Harlow, M. A. Ellison, and J. H. Reid, "The particle-in-cell computing method for fluid dynamics", *Meth. Comput. Phys.*, Vol.3, 1964, pp.319–343.
- [9] R. A. Gingold and J. J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars", *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, Vol.181, 1977, pp.375-389.
- [10] Ha. H. Bui, K. Sako, and R. Fukagawa, "Numerical simulation of soil-water interaction using smoothed particle hydrodynamics (SPH) method", *J. Terramecha.*, Vol.44, 2007, pp.339-346.
- [11] H. H. Bui, R. Fukagawa, K. Sako and S. Ohno, "Lagrangian meshfree particle method (SPH) for large deformation and post-failure of geomaterials using elastic-plastic soil constitutive model", *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.32, 2008, pp.1537–1570.
- [12] H. H. Bui, R. Fukagawa, and K. Sako, "Slope stability analysis and discontinuous slope failure simulation by elasto-plastic smoothed particle hydrodynamics (SPH)", *Géotechnique*, Vol.61, 2011, pp. 565-574.
- [13] H. H. Bui and R. Fukagawa, "An improvement of SPH for saturated soils and its application to investigate the mechanisms of embankment failure: Case of hydrostatic pore-water pressure", *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.37, Issue 1, 2011, pp.31-50.
- [14] T. Blanc, and M. Pastor, "A stabilized smoothed particle hydrodynamics, Taylor-Galerkin algorithm for soil dynamics problems", *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.37, 2013, pp.1-30.
- [15] M. Pastor, B. Haddad, G. Sorbino, S. Cuomo, and V. Drempetic, "A depth-integrated, coupled SPH model for flow-like landslides and related phenomena", *Int. J. Numer. Anal. Meth.Geomech.*, Vol.33, 2009, pp.143-172.
- [16] C. T. Nguyen, H. H. Bui, and R. Fukagawa, "Two-dimensional numerical modelling of modular-block soil retaining walls collapse using meshfree method", *International Journal of GEOMATE*, 5(1), 2013, pp..647 – 652.
- [17]C. T. Nguyen, C. T.Nguyen, H. H. Bui, G. D. Nguyen, and R. Fukagawa: "A new SPH based approach to simulation of granular flows using viscous damping and stress regularisation", *Landslides*, Vol. 14 (1), 2017, pp 69–81.
- [18] Nguyen Tien Cuong, Bui Hong Ha, Ryoichi Fukagawa (2015): "Failure Mechanism of Two-Dimensional Granular Columnns: Numerical Simulation and Experiments", *Vietnam Journal of Mechanics*, VAST, Vol. 37, No. 4.
- [19]H. H. Bui, C.T. Nguyen, K. Sako, R. Fukagawa: "A SPH model for seepage flow through deformable porous media", *The 5th International SPHERIC Conference*, Germany, 2011, pp. 167-171.
- [20] H. Hertz: "On the contact of elastic solids", *Journal fur die Reine und Angewandte Mathematik*, 92, 1882, pp.156–171.
 R.D. Mindlin: "Compliance of elastic bodies in contact", *Journal of Applied Mechanics*, 16, 1949, pp.259–268.